

WOJEWÓDZKI KONKURS MATEMATYCZNY

im. prof. Stefana Banacha

Zawody indywidualne

TORUŃ, 28 marca 2014 roku

Czas rozwiązywania: 180 minut

Zadanie 1. Trzy liczby

Udowodnij, że jeśli liczby spełniają warunek $abc = 1$, to $\frac{1}{1+a^2b} + \frac{1}{1+bc^2} = 1$.

Zadanie 2. Orzechy dziadka

Dziadek rozdał swoim wnuczkom orzechy. Pierwszemu dał jeden orzech i $\frac{1}{10}$ pozostałych orzechów, drugiemu dwa orzechy i $\frac{1}{10}$ pozostałych orzechów, trzeciemu 3 orzechy i $\frac{1}{10}$ pozostałych orzechów itd. aż orzechy skończyły się. Okazało się, że każdy z wnuków dostał tę samą liczbę orzechów. Oblicz ilu jest wnuczków i po ile orzechów dostał każdy z nich?

Zadanie 3. Suma kwadratów

Udowodnij, że suma kwadratów pięciu kolejnych liczb naturalnych nie może być kwadratem liczby naturalnej.

Zadanie 4. Bądź jak Pitagoras

W pewnym trójkącie prostokątnym suma długości przyprostokątnych wynosi l , a wysokość poprowadzona z wierzchołka kąta prostego ma długość h . Oblicz pole tego trójkąta.

Zadanie 5. Liczba 10-cyfrowa

Czy istnieje liczba 10-cyfrowa, zapisana różnymi cyframi, mająca tę własność, że wykreślając dowolne sześć jej cyfr zawsze uzyskamy liczbę złożoną? Odpowiedź uzasadnij.