

WOJEWÓDZKI KONKURS MATEMATYCZNY
im. prof. Stefana Banacha
Zawody indywidualne
TORUŃ, 31 marca 2017 roku

Czas rozwiązywania: 180 minut

Zadanie 1. Układ równań

Rozwiąż układ równań:
$$\begin{cases} x(y+z) = 35 \\ y(x+z) = 32. \\ z(x+y) = 27 \end{cases}$$

Zadanie 2. Siedmiu grzybiarzy

Siedmiu grzybiarzy zebralo łącznie 100 grzybów, przy czym każdy z nich zebrala inną liczbę grzybów. Wykaż, że jest między nimi trzech grzybiarzy, którzy zebrali w sumie co najmniej 50 grzybów.

Zadanie 3. Funkcja kwadratowa i kąt

Wykres funkcji kwadratowej o współczynnikach całkowitych przecina oś odciętych w punktach K i L, a oś rzędnych w punkcie M. Jaką największą miarę może mieć kąt LMK? Odpowiedź uzasadnij.

Zadanie 4. Trójkąt

Czy istnieje trójkąt o bokach długości x, y, z spełniających warunek $x^3 + y^3 + z^3 = (x+y)(y+z)(z+x)$? Odpowiedź uzasadnij.

Zadanie 5. Sześciokąt

Sześciokąt $ABCDEF$ jest wpisany w okrąg. Wiadomo, że $AB \parallel DE$ i $BC \parallel EF$. Udowodnij, że $CD \parallel FA$.