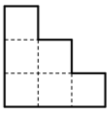
WOJEWÓDZKI KONKURS MATEMATYCZNY
im. prof. Stefana Banacha
(dla uczniów klas I i II szkół ponadgimnazjalnych)
Zadania I etapu na rok szkolny 2015/16

Zadanie 1. Dwa ułamki

Dany jest ułamek $\frac{1}{2}$. Mamy do dyspozycji dwie operacje: możemy do licznika dodać 2015 lub do mianownika dodać 2016. Czy stosując jedynie te operacje możemy otrzymać ułamek $\frac{2}{3}$? Odpowiedź uzasadnij.

Zadanie 2. Ośmiokąt

Dana jest figura złożona z sześciu kwadratów (patrz rysunek). Czy wykorzystując przynajmniej dwie takie figury możliwe jest zbudowanie figury podobnej do wyjściowej? Odpowiedź uzasadnij.



Zadanie 3. Suma lub różnica

Udowodnij, że wśród 1010 dowolnych liczb całkowitych można znaleźć dwie, których suma lub różnica dzieli się przez 2016.

Zadanie 4. Szesnaście liczb

Czy można podać 16 takich liczb, aby suma każdych kolejnych pięciu była dodatnia, a suma wszystkich była ujemna? Odpowiedź uzasadnij.

Zadanie 5. Trójmian kwadratowy

Czy istnieją takie liczby całkowite b i c, że dla każdej całkowitej liczby x trójmian kwadratowy x^2+bx+c przyjmuje wartości podzielne przez 3? Odpowiedź uzasadnij.

Zadanie 6. Dwa równania

Uzasadnij, że jeśli liczby naturalne spełniają równanie $xy=x+y+2016$, to $|x-y|=2016$.

Zadanie 7. Trzy równania

Liczby x, y spełniają układ równań: $x+y+xy=192$, $x^2y+xy^2=6912$. Czy $x^2+y^2=2016$? Uzasadnij swoją odpowiedź.

Zadanie 8. Siedem punktów na okręgu.

Punkty ***A, B, C, D, E, F, G*** w podanej kolejności leżą na okręgu. Łącząc kolejno punkty ***A, C, E, G, B, D, F, A*** otrzymano siedmiokąt gwiaździsty. Oblicz sumę miar kątów tworzących ramiona „gwiazdki”.

WOJEWÓDZKI KONKURS MATEMATYCZNY
im. prof. Stefana Banacha
(dla uczniów klas I i II szkół ponadgimnazjalnych)
Zadania I etapu na rok szkolny 2015/16

Zadanie 9. Półokrąg w kwadracie

Dany jest kwadrat ***ABCD*** o polu S oraz półokrąg znajdujący się wewnątrz kwadratu, którego średnicą jest bok AB. Z punktu ***C*** poprowadzono styczną do półokręgu w punkcie ***E***. Uzasadnij, że pole trójkąta ***ADE*** jest równe $\frac{1}{10}S$.

Zadanie 10. Trójkąt i dwa kwadraty

Na zewnątrz trójkąta ostrokątnego ***ABC*** zbudowano dwa kwadraty ***CBDE*** i ***ACFG***. Punkt ***M*** jest środkiem odcinka ***EF***. Udowodnij, że $|MC| = \frac{1}{2}|AB|$.

Zadanie 11. Równanie „2016"

Znajdź najmniejszą liczbę całkowitą dodatnią k, dla której równanie $n^{k+1} + 2n^k = 2016$ ma rozwiązanie n będące liczbą naturalną. Odpowiedź uzasadnij.

Zadanie 12. Układ równań

Rozwiąż układ równań : $\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 23 \\ x + 2y + 4z = 22 \end{cases}$.

Rozwiązania zadań sprawdzają nauczyciele matematyki oceniając każde w skali od 0 do 5 punktów. Zestawienie wyników z punktacją za każde zadanie prosimy o przesłanie na adres:

Zespół Szkół nr 10 im. prof. Stefana Banacha
87-100 Toruń, plac św. Katarzyny 9
tel. (0-56) 622-27-33

lub na:

e-mail: tmaslow@onet.eu

do dnia 11 marca 2016 roku. Finał wojewódzki dla około 100 autorów najlepszych prac odbędzie się 1 i 2 kwietnia 2016 roku w Zespole Szkół nr 10 w Toruniu. W trakcie tych dni odbędą się zawody indywidualne (w piątek) i zespołowe (w sobotę). W zawodach zespołowych uczestniczą szkoły, które mogą wyłonić (spośród zakwalifikowanych do drugiego etapu) 3-osobową drużynę. Każda szkoła może być reprezentowana przez co najwyżej dwie drużyny oraz co najwyżej dziesięciu uczniów.