

**WOJEWÓDZKI KONKURS MATEMATYCZNY**  
**im. prof. Stefana Banacha**  
**TORUŃ, 5 kwietnia 2024 roku**

Czas rozwiązywania: 180 minut

**Zadanie 1. Bolek i Lolek**

Dane są trzy liczby dodatnie  $a, b, c$ . Bolek na tablicy zapisał liczby:  $\frac{1}{a} + bc$ ,  $\frac{1}{b} + ac$ ,  $\frac{1}{c} + ab$ , natomiast Lolek liczby:  $2a^2, 2b^2, 2c^2$ . Okazało się, że obaj chłopcy napisali te same liczby, niekoniecznie w tej samej kolejności. Oblicz iloczyn  $abc$ .

**Zadanie 2. Trzy równania kwadratowe**

Niech  $a, b, c$  będą różnymi liczbami rzeczywistymi oraz niech  $c \neq 0$ . Udowodnij, że jeśli równania  $x^2 + ax + bc = 0$  i  $x^2 + bx + ac = 0$  mają wspólny pierwiastek, to pozostałe pierwiastki tych równań spełniają równanie  $x^2 + cx + ab = 0$ .

**Zadanie 3. Suma kolejnych liczb**

Czy liczbę 2048 można przedstawić w postaci sumy przynajmniej dwóch kolejnych liczb naturalnych? Odpowiedź uzasadnij.

**Zadanie 4. Dwie nierówności**

Trzy liczby  $p, q, r$  spełniają warunek  $(p + q + r)r < 0$ . Udowodnij, że  $q^2 > 4pr$ .

**Zadanie 5. Trójkąt równoboczny w kwadracie**

Wewnątrz kwadratu  $ABCD$  znajduje się taki punkt  $X$ , że miary kątów  $\sphericalangle XDC$  i  $\sphericalangle DCX$  wynoszą  $15^\circ$ . Udowodnij, że trójkąt  $ABX$  jest trójkątem równobocznym.